

Санкт-Петербургский государственный университет
Научно-исследовательский институт менеджмента

НАУЧНЫЕ ДОКЛАДЫ

А. В. Бухвалов, В. Л. Окулов

**КЛАССИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ НА КАПИТАЛЬНЫЕ
АКТИВЫ И РОССИЙСКИЙ ФИНАНСОВЫЙ
РЫНОК.**

**Часть 1. Эмпирическая проверка
модели CAPM**

№ 36(R)–2006

Санкт-Петербург

2006

А. В. Бухвалов, В. Л. Окулов. Классические модели ценообразования на капитальные активы и российский финансовый рынок. Часть 1: Эмпирическая проверка модели CAPM. Научные доклады № 36(R)–2006. СПб.: НИИ менеджмента СПбГУ, 2006.

Рассматривается модель оценки капитальных активов (CAPM) в двух наиболее распространенных версиях – версии Шарпа-Линтнера и версии Блэка, и возможность проверки ее применимости на российском финансовом рынке. Применимость модельных представлений к развивающемуся российскому рынку свидетельствовала бы с одной стороны о рациональности поведения инвесторов, а с другой — об эффективности российского рынка. Для российских компаний предположение об эффективности рынка означало бы возможность независимой оценки стоимости капитальных активов на основании рыночных данных.

Применимость модельных представлений об оценке капитальных активов проверяется в работе строгими эконометрическими способами, и одним из важнейших условий такой проверки является тщательная подготовка исходных данных, которые не должны иметь внутренних противоречий с исходными предпосылками модели.

Отрицательный результат, полученный в ходе тестирования обеих версий модели, может означать либо не выполнение на российском рынке ряда предпосылок, положенных в основу модели CAPM, либо неэффективность российского рынка (нерациональность инвесторов с точки зрения соотношения риск-доходность). Обсуждаются вопросы возможного несоответствия исходных данных с основными положениями обеих версий модели. Вопрос о возможной модификации модели, связанный с нерациональностью инвесторов рассматривается в следующей части публикации.

Бухвалов Александр Васильевич — д.ф.-м.н., профессор кафедры теории финансов, руководитель Центра научных исследований факультета менеджмента Санкт-Петербургского государственного университета, директор НИИ менеджмента СПбГУ.

Окулов Виталий Леонидович — к.ф.-м.н., доцент, специалист Центра научных исследований факультета менеджмента Санкт-Петербургского государственного университета, ст.н.с. НИИ менеджмента СПбГУ.

© А. В. Бухвалов, В. Л. Окулов, 2006

Saint Petersburg State University
Institute of Management

DISCUSSION PAPER

Alexander Bukhvalov, Vitaly Okulov

**CAPITAL ASSET PRICING MODELS
AND RUSSIAN STOCK MARKET**

PART 1. CAMP EMPIRICAL TESTING

№ 36(R) — 2006

Saint Petersburg
2006

Bukhvalov A.V., Okulov V.L. Capital Asset Pricing Models and Russian Stock Market. Part 1. CAMP Empirical Testing. #36(R)–2006. Institute of Management, Saint Petersburg State University: St. Petersburg, 2006.

Sharpe-Lintner's and Black's CAPM versions as prevailing CAPM versions and their applicability in the Russian stock market are reviewed. Demonstration of applicability of the CAPM in the Russian stock market would imply that investors' behavior is rational and the Russian stock market is effective. Demonstration of Russian market's effectiveness would signify the possibility of receiving independent market valuation for Russian companies based on the available market data.

CAPM concepts about asset pricing are tested using strictly econometric methods. Thorough preparation of the source data is crucial for the testing process as the input data should be in compliance with the CAPM initial assumptions.

Unfavorable results obtained from the testing of both CAPM versions could imply either irrelevance of the CAPM main assumptions for the Russian stock market or Russian market's ineffectiveness (irrational investor behavior from the risk-return point of view). Issues related to possible discrepancies between the source data and basic assumptions of both CAPM versions are discussed. Possible CAPM modification to account for irrational investor behavior is discussed in Part II.

Bukhvalov, Alexander V. — Professor, Head, Research Center, School of Management, Director, Research Institute of Management, St. Petersburg State University.

Okulov, Vitaly L. — Professor Assistant, Specialist, Research Center, School of Management, St. Petersburg State University.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	6
1. МОДЕЛЬ САРМ В ВЕРСИИ ШАРПА-ЛИНТНЕРА	9
Сущность модели.....	9
Способы проверки модели.....	12
Тестирование модели	13
Исходные данные	15
Результаты тестирования модели	21
2. МОДЕЛЬ САРМ В ВЕРСИИ БЛЭКА	23
Сущность модели.....	23
Способы проверки модели.....	24
Тестирование модели	25
Исходные данные	27
Результаты тестирования.....	28
ВЫВОДЫ	34
ЛИТЕРАТУРА.....	35

ВВЕДЕНИЕ

Работа основана на цикле исследований, проведенных в разное время под руководством первого из авторов, причем сразу отметим, что основной конкретный вклад в этот цикл был произведен вторым автором. Основная цель всех этих исследований заключалась в попытке выяснить – эффективен ли российский рынок, т.е. может ли поведение инвесторов на российском рынке быть проанализировано в рамках общепризнанных модельных представлений, которые, как считается, должны описывать их поведение при достаточно разумных предположениях. Если да, то каковы основные параметры этих моделей, если нет — то по каким причинам эти модели могут не выполняться на российском рынке.

Эффективность рынка можно оценивать в соответствии с различными модельными представлениями. В нашем исследовании тестированию подвергалась модель оценки капитальных активов (*CAPM* — *Capital Asset Pricing Model*) в разных ее версиях. Российский фондовый рынок пока еще находится в стадии своего становления, поэтому неудивительно, что большинство работ посвящено институциональным аспектам его развития (например, [Энтов, Радыгин, 1999]), эконометрические исследования на современном уровне практически не проводились. Можно сослаться только на работу [Энтов, 1999], в которой для моделирования динамики фондового индекса использовалась многофакторная модель. Однако способность объяснить изменение индекса не может помочь в определении некоторых важных для прикладного финансового менеджмента параметров, таких, например, как рыночная стоимость собственного капитала в отрасли и в отдельной компании. Обычно при оценке таких параметров из рыночных данных предполагается справедливость модели *CAPM*, – но в России попытка применения выводов этой модели на практике немедленно вызывает недоверие. Главным аргументом «против» является утверждение, что на российском рынке нет безрисковой процентной ставки, – обычно менеджеры-практики под моделью *CAPM* подразумевают версию Шарпа-Линтнера. Поэтому вопрос обсуждения строгой проверки модели *CAPM* в разных ее версиях, предпринятый в данном исследовании, и актуален, и практически важен.

По-видимому, исторически первым достаточно строгим с точки зрения эконометрики исследованием применимости модели *CAPM* на российском рынке была работа второго автора, выполненная как курсовая работа в ЕУСПб (1998 г.) и посвященная тестированию модели

САРМ в версии Шарпа-Линтнера (*W.Sharpe, J.Lintner*). Эти исследования были затем продолжены и расширены в магистерской диссертации [Окулов, 1999] и статье [Окулов, 2000] — было впервые проведено тестирование на российском рынке модели САРМ в версии Ф.Блэка (*F.Black*). Нетривиальная эконометрика подобного тестирования была уже к этому моменту разработана (см. [Campbell, Lo, MacKinlay, 1997]), но потребовалось создать оригинальную методику подготовки эмпирического материала с учетом специфики этого рынка. Результат оказался отрицательным — модель Блэка оказалась отвергнутой на данных за период с июля 1996 г. по июль 1998 г. Отметим, что этот период характеризовался бурным ростом российского фондового рынка в 1997 г. и значительными объемами и перепадами на рынке ГКО, вызванными как необходимостью подавления инфляции, так и поддержанием валютного коридора. Относительно небольшое количество конкурирующих финансовых активов делало правдоподобной гипотезу о том, что хотя бы на более коротких и более однородных промежутках этого периода модель все же будет выполнена. В связи с этим в магистерской диссертации В.В.Ишкова (ЕУСПб, 2001) было проведено более детальное исследование применимости модели САРМ в версии Блэка на российском рынке за тот же период времени. Результат опять оказался отрицательным для всех подпериодов.

Позволим себе дать спекулятивное обсуждение полученных отрицательных результатов по модели Блэка. В [Окулов, 1999] указано, что такие причины могут быть формально модельными: негауссовское распределение доходностей и неучет инфляции. Конечно, и то и другое имеет место. Однако едва ли это главные причины. Действительно, на развитых рынках практически ни один инструмент не проходит тест на гауссовость, что привело к моде на исследование распределений с тяжелыми хвостами в математической статистике (распределение Парето и другие устойчивые законы), но не в финансах. Такого рода исследования важны для отдельных специфических инструментов. Однако представляется безнадежной попытка встроить такие распределения (с различными параметрами!) в модель общего равновесия типа САРМ. Вопрос о том, как влияет инфляция на товарных рынках на поведение профессиональных участников финансовых рынков, требует совершенно отдельного исследования. Достаточно отметить, что любой американский банк или фонд, делающий портфельные инвестиции в России, мало интересуется ценой на хлеб в

Нижневартовске. В значительной мере то же касается и отечественных участников.¹

Значительно более вероятным представляется другой сюжет. Блэк строил свою модель, одной из особенностей которой было отсутствие безрисковой ставки, в начале 1970-х гг., когда национальные финансовые рынки имели множество барьеров для инвесторов. С тех пор финансовый рынок стал глобальным, что сняло остроту факта отсутствия национального безрискового инструмента. На российском рынке имелся огромный объем портфельных инвестиций иностранных инвесторов, у которых был свободный доступ ко всем вариантам безрисковых инструментов — T-Bills, T-Bonds, LIBOR. Более спорным является вопрос о доступе к тем же инструментам для крупных российских инвесторов, но с определенными транзакционными издержками они также были доступны (это означает неравенство ставок заимствования и кредитования). В любом случае для анализа необходим анализ альтернативных глобальных возможностей, который пока еще никем не проводился на модельном уровне.

Отметим, что положительный результат по модели Блэка дал бы для инвесторов много больше полезного, чем CAPM. Модель CAPM предполагает единообразие портфелей у всех инвесторов, тогда как модель Блэка предполагает построение уникального портфеля для каждого инвестора. В качестве метафоры можно указать, что это аналогично переходу от теории репрезентативной фирмы в неоклассике к современной теории фирмы, где фирма рассматривается как объект, обладающий уникальными ресурсами. Такого рода результат существенно повысил бы актуальность финансового маркетинга, существенно изменив стратегию, как финансовых компаний, так и компаний-эмитентов.

Наконец, в магистерской диссертации Д.В.Синцова (ЕУСПб, 2003) были рассмотрены некоторые модификации классической модели CAPM и проанализирована возможность их применения для российского рынка, в частности, была рассмотрена модель D-CAPM, предложенная в работах J.Estrada для развивающихся рынков.

Предлагаемая работа представляет собой попытку систематизировать эти исследования российского рынка и сделать некоторые обобщающие выводы. Структура доклада имеет следующий вид —

¹ В работе мы имеем дело только с долларовыми величинами и доходностями, что соответствовало практике торговли на РТС, крупнейшей фондовой площадке второй половины 1990-х гг. Таким образом, результаты очищены от рублевой инфляции, которая косвенно сказывается только через ставки на рынке ГКО.

сначала кратко рассматривается экономическая сущность модели, затем — способы ее эконометрической проверки, использованные для тестирования модели данные, основные результаты и выводы.

1. МОДЕЛЬ САРМ В ВЕРСИИ ШАРПА-ЛИНТНЕРА

СУЩНОСТЬ МОДЕЛИ

Модель ценообразования на капитальные активы САРМ (*Capital Asset Pricing Model*) с разной степенью строгости и подробности описана во многих руководствах по теории финансов (см., например, [Copeland, Weston, 1992], [Cuthbertson, 1996]). Поэтому, не останавливаясь подробно на основных идеях, положенных в основу этой модели, отметим, что изначально САРМ была построена как однопериодная статическая модель общего равновесия совершенного рынка. Дальнейшее развитие шло по пути отказа от некоторых ограничений, свойственных идеальному совершенному рынку. В настоящее время существует несколько версий модели. Наиболее известна модель САРМ в версии Шарпа–Линтнера (*W.Sharpe–J.Lintner*) [Sharpe, 1964, Lintner, 1965].

Классическая модель САРМ, хотя и записывается обычно в эконометрической форме, является моделью общего равновесия (идея восходит к Джеймсу Тобину (1950-е гг.); строгий вывод был проведен в [Jensen, 1969]). Модель оперирует рыночным портфелем рискованных активов и безрисковым активом в рамках статике, что предполагает абсолютную ликвидность во всех секторах рынка и одинаковый горизонт планирования для всех инвесторов.

В начале 1970-х годов Фишер Блэк предложил новую версию САРМ, носящую теперь название *модели Блэка* или *модели с активом с нулевым бета*. Внешне суть заключается в том, что предположение о существовании безрискового актива исключается из модели. Это приводит к неоднозначности выбора эффективного «образцового» портфеля (*benchmark portfolio*), играющего теперь роль заменителя рыночного портфеля в классической САРМ, по отношению к которому и строится актив с нулевым бета. Эконометрика модели чрезвычайно усложняется — вместо простой одноиндексной модели линейной регрессии мы приходим к двухфакторной модели, которая, вдобавок, является нелинейной (так как мы не знаем актива с нулевым бета, то мы не можем считать бета просто коэффициентом регрессии). Отметим, однако, что — за прошедшие почти 30 лет — эконометрика

эта была весьма детально проработана и представлена в монографии [Campbell, Lo, MacKinlay, 1997].

Интереснее, однако, обратиться к экономике модели Блэка. Эта модель — не просто отклик практика (а Блэк был одновременно корифеем и в теории и в практике) на тот факт, что бывают рынки, на которых отсутствует безрисковый актив (что всегда было ясно по отношению к российскому рынку и что лишь формально зафиксировал дефолт 17 августа 1998 г.). Это отклик выдающегося теоретика на недостатки классической CAPM. Дело в том, что на рынке обязательно присутствуют активы с различной ликвидностью и различными сроками созревания (*maturity*). Основная задача банков и многих других финансовых учреждений — в преобразовании краткосрочных пассивов (вложений) в долгосрочные активы (инвестиции в реальный сектор). Долгосрочные активы в развитой банковской системе имеют и ценность и ликвидность, но «приравнивание» их к спекулятивным активам некорректно. Таким образом, в статическую модель неявно вносится динамический аспект. Конкретная реализация ликвидности может происходить через репо-рынок, рынок мнжбанковского кредита, валютные и процентные свопы. Все эти инструменты не учитываются CAPM, хотя их роль для поддержания ликвидности видимого спекулятивного рынка весьма велика. С точки зрения классической CAPM важность этих инструментов означала бы ошибку в модели: неэффективность рыночного индекса. Модель Блэка позволяет включать эти инструменты в качестве ненаблюдаемой компоненты финансового рынка, регистрируемой только после идентификации эконометрической модели. Именно такой подход развивался в серии работ Kandel и Shanken, опубликованных в 1980-1990-х гг. Часть из этих статей положена в основу приводимого ниже исследования.

Исходные предположения модели:

- 1) Инвесторы избегают риска и максимизируют ожидаемую полезность своего благосостояния на конец периода.
- 2) Все инвесторы являются ценополучателями и не могут своими действиями оказывать влияние на цены активов.
- 3) Инвесторы имеют однородные ожидания относительно доходностей активов. Горизонт планирования фиксирован и одинаков для всех инвесторов.
- 4) Существует безрисковый актив. Для любого инвестора имеется возможность неограниченного кредитования и заимствования по некоторой всем известной безрисковой ставке.

- 5) Все активы бесконечно делимы и торгуемы на рынке. Количество любого актива фиксировано.
- 6) Рынки совершенны. Налоги, транзакционные издержки, какое-либо регулирование рынка и ограничения на короткие продажи отсутствуют.
- 7) Наличие полной и бесплатной информации для всех участников рынка.

Основные выводы данной модели формулируются следующим образом:

- 1) Все инвесторы держат рискованные активы в одинаковой пропорции. Данная пропорция отражает собой так называемый рыночный портфель, т. е. портфель, в который все рискованные активы входят согласно их удельному весу в совокупной стоимости всех рискованных активов на рынке.
- 2) Степень неприятия риска инвестором отражается в соотношении между долей безрискового и рискованных активов в его портфеле. Чем больше инвестор избегает риска, тем больше будет доля безрискового актива, и тем меньше доля рискованных активов.
- 3) Ожидаемая доходность произвольного i -актива $E[R_i]$ пропорциональна степени рискованности этого актива, причем мерой риска является ковариация $Cov[R_i, R_m]$ доходностей этого актива R_i и рыночного, так называемого касательного, портфеля (*tangency portfolio*) R_m .

Основное уравнение модели:

$$E[R_i] = R_f + \beta_{im} \cdot (E[R_m] - R_f), \quad \beta_{im} = \frac{Cov[R_i, R_m]}{Var[R_m]} \quad (1.1)$$

где R_f — доходность безрискового актива (всем известная ставка процента, по которой можно занимать и давать в долг), R_m — доходность рыночного портфеля, β_{im} — бета-коэффициент актива, отражающий систематический риск актива, фактически степень «согласованности» изменений доходности актива с изменениями доходности рыночного портфеля.

Модель Шарпа–Линтнера часто формулируется в терминах избыточной доходности (*excess return*), имеющей смысл рыночной премии за риск:

$$Z_m = R_m - R_f$$

Тогда:

$$E[Z_i] = \beta_{im} \cdot (E[Z_m]), \quad \beta_{im} = \frac{\text{Cov}[Z_i, Z_m]}{\text{Var}[Z_m]} \quad (1.2)$$

Важнейшим моментом в модели является понятие рыночного портфеля, под которым понимается портфель, состоящий из всех рискованных активов, и в котором доля каждого актива соответствует его относительной рыночной стоимости (условие равновесия). Очевидно, что рыночный портфель должен являться одним из множества эффективных портфелей по Марковицу. Под эффективным портфелем понимается совокупность длинных и коротких позиций по активам, обеспечивающая минимальный уровень риска при заданном уровне доходности. Основным практически важным следствием модели САРМ в версии Шарпа–Линтнера является то, что инвестиции всех рациональных участников рынка одинаковы по структуре и состоят из безрискового актива и рыночного портфеля.

Способы проверки модели

В экономической литературе предложено несколько методов эмпирической проверки модели САРМ. Все они основаны на *ex-post* анализе исторических данных по ценам различных активов. Кратко рассмотрим основные методы проверки, которые могут быть применены на российском рынке.

Исторически первым методом проверки был регрессионный метод (*cross-sectional regressions*) [Fama, MacBeth, 1973]. Идея заключается в том, чтобы вначале на базовом промежутке времени оценить рискованность каждого актива (коэффициент бета), вычислив ковариацию доходности актива и доходности по индексу. Иногда (необязательно) активы группируют по значению бета-коэффициента в портфели. Затем на другом временном промежутке для каждого момента времени строится регрессия доходностей активов (портфелей) на величину бета. Наклон линии регрессии (так называемая *security market line*) дает оценку рыночной премии за единицу риска, а точка пересечения линии регрессии дает оценку доходности актива с нулевым бета. Затем методами статистики анализируются временные ряды

этих оценок. Эконометрическая форма уравнения CAPM записывается в виде:

$$Z = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \beta + \varepsilon \quad (1.3)$$

где Z — избыточные доходности, β — известные (оцененные на других данных) бета-коэффициенты, γ_0, γ_1 — коэффициенты регрессии, ε — случайные ошибки регрессии.

Проверить можно следующие гипотезы:

- a) $\gamma_0 = 0$
 - b) $\gamma_1 > 0$
 - c) $\gamma_1 = Z_m$
 - d) отсутствие в (1.3) нелинейных членов по β
- (1.4)

Обычно данным методом проверяется гипотеза о том, что бета-коэффициенты полностью описывают изменения ожидаемой доходности активов. Часто этот метод используют, чтобы тестировать гипотезу о наличии дополнительных объясняющих переменных, таких, как отношение рыночной капитализации фирмы к бухгалтерской стоимости активов фирмы, отношение рыночной цены акции к прибыли на акцию, уровень дивидендной доходности и т.п. Недостаток метода заключается в том, что бета-коэффициенты вычисляются на временном промежутке, отличном от промежутка времени, для которого затем проводится тестирование модели. В российских условиях это становится основным препятствием применения данной методики, поскольку история российского рынка еще очень коротка, а экономическая и политическая ситуация в стране часто менялась. Кроме того, метод является чувствительным к используемому в анализе фондовому индексу как заменителю действительного рыночного портфеля.

Другой способ проверки основан на предположении, что средняя норма доходности актива является несмещенной оценкой ожидаемой (по модельным представлениям) доходности актива. Этот способ и был использован в работе.

Тестирование модели

Определим Z_t как N -мерный вектор избыточного дохода по N активам в момент времени t . В соответствии с (1.2) построим линейные регрессии [Campbell, Lo, MacKinlay]:

$$Z_t = \alpha + \beta \cdot Z_{mt} + \varepsilon_t \quad (1.5)$$

в предположениях:

$$E[\varepsilon_t] = 0, \quad E[\varepsilon_t \cdot \varepsilon_t^{Tr}] = \Omega, \quad \text{Cov}[Z_{mt}, \varepsilon_t] = 0$$

где Z_t — временные ряды избыточной доходности, α и β — вектора коэффициентов регрессии, ε_t — вектор остаточных членов регрессии, Ω — матрица ковариаций остатков регрессий, N — число рискованных активов, обращающихся на рынке. Знак $E[\cdot]$ означает математическое ожидание случайной величины, верхний индекс Tr — транспонирование.

Тестируется гипотеза $\alpha=0$.

Обозначим:

$$E[Z_{mt}] = \mu_m, \quad \text{Var}[Z_{mt}] = E[(Z_{mt} - \mu_m)^2] = \sigma_m^2$$

Если модель Шарпа–Линтнера выполняется, то все компоненты вектора α должны быть статистически близки к нулю. В этом случае m -портфель является касательным портфелем. Следовательно, необходимо проверить простую нулевую гипотезу $H_0: \alpha=0$ против альтернативной гипотезы $H_A: \alpha \neq 0$. Для проверки гипотезы H_0 построим статистику:

$$J_1 = \frac{T-N-1}{N} \cdot \frac{\hat{\alpha}^{Tr} \cdot \hat{\Omega}^{-1} \cdot \hat{\alpha}}{1 + \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2}} \quad (1.6)$$

где T — число наблюдений, $\hat{\mu}_m, \hat{\sigma}_m^2$ — выборочное среднее и выборочная дисперсия, оцененные по исходным данным, $\hat{\alpha}, \hat{\Omega}$ — оценки параметров α и матрицы ковариаций остатков регрессии (1.5)

$$\hat{\mu}_m = T^{-1} \cdot \sum_t Z_{mt}, \quad \hat{\sigma}_m^2 = T^{-1} \cdot \sum_t (Z_{mt} - \hat{\mu}_m)^2$$

$$\hat{\alpha} = \hat{\mu} - \hat{\beta} \cdot \hat{\mu}_m, \quad \hat{\mu} = T^{-1} \cdot \sum_t Z_t$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum (Z_t - \hat{\mu}) \cdot (Z_{mt} - \hat{\mu}_m)}{\sum (Z_{mt} - \hat{\mu}_m)^2}$$

$$\hat{\Omega} = T^{-1} \cdot \sum (Z_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} \cdot Z_{mt}) \cdot (Z_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} \cdot Z_{mt})^{Tr}$$

Знак Σ означает суммирование по всему временному ряду.

В работе [Muirhead, 1983] доказано, что величина J_1 имеет F -распределение с $(N, T-N-1)$ степенями свободы. Таким образом, необходимо сравнить вычисленное значение J_1 с критическим значением F -статистики при заданном уровне ошибки. Отметим, что с эконо-

номической точки зрения можно интерпретировать [Gibbons, Ross, Shanken, 1979] величину J_1 как меру близости использованного в анализе рыночного портфеля к идеальному касательному портфелю модели CAPM.

Исходные данные

Как уже отмечалось, ключевым понятием модели является эффективный рыночный портфель. Этот портфель в принципе является ненаблюдаемым, поэтому при практическом использовании моделей CAPM часто эффективный рыночный портфель заменяется набором активов, по которым определяется один из рыночных (биржевых) индексов. Ненаблюдаемость эффективного рыночного портфеля приводит к тому, что строгая проверка модели невозможна (знаменитая критика Ролла [Roll, 1977]). Замена доходности эффективного портфеля на доходность по индексу приводит к тому, что любая проверка лишь отвечает на вопрос, — является ли используемый индекс достаточно хорошим заменителем эффективного портфеля. Однако эмпирические проверки модели, проведенные с разными индексами, и теоретические исследования показали, что если корреляция между индексом и действительным эффективным портфелем превышает 70%, то гипотеза о несправедливости модели может быть проверена и с использованием индекса [Kandel, Stambaugh, 1987, Shanken, 1985].

Таким образом, в *ex-post* анализе можно считать доходность R_m доходностью по рыночному индексу. Значения дисперсии доходности рыночного портфеля $\text{Var}[R_m]$ и ковариации доходностей активов и рыночного портфеля $\text{Cov}[R_i, R_m]$ исследователи обычно оценивают, используя временной ряд данных по рыночным ценам активов и временной ряд данных по рыночному индексу. Например, исследования рынка корпоративных ценных бумаг в США часто проводятся с использованием индекса S&P500. Обычно используется временной ряд месячных доходностей за 5 лет. Выбор активов для анализа достаточно произволен. Однако для уменьшения влияния несистематического риска, присущего отдельно взятым активам, их объединяют в портфели. Объединение можно производить по разным признакам: по размеру капитализации фирмы, по отраслевому признаку, по степени риска активов. Последнее используется наиболее часто. Обычно в анализе используют 10–20 портфелей.

Одним из наиболее важных предположений модели CAPM в версии Шарпа-Линтнера является возможность неограниченного кредитования и заимствования по некоторой безрисковой ставке.

Очевидно, что данное предположение достаточно далеко от реальности. На развитых финансовых рынках более реалистичным предположением являлось бы предположение о наличии возможности неограниченного кредитования и невозможности заимствования по безрисковой ставке. На практике такое предположение реализуется в виде возможности для инвестора приобретать государственные ценные бумаги, соответствующие по своему сроку созревания его горизонту планирования. Предполагается, что данные бумаги практически не подвержены риску дефолта и потому ставка по ним низка. Требуемая доходность на рискованные активы определяется как сумма безрисковой процентной ставки и рисковой премии. Стандартным примером таких безрисковых государственных ценных бумаг являются американские Treasury Bills.

В первых проверках Окулова использовались месячные данные по ценам 9 наиболее ликвидных российских акций (Таблица 1), фондовые индексы (PTC, RESI, AK&M) в качестве заменителей рыночного портфеля и 30-дневные «виртуальные заменители» ГКО (государственные краткосрочные облигации) в качестве безрискового актива. Период тестирования: апрель 1996 г. – август 1998 г. (Рис. 2)

Таблица 1

Рискованные активы для тестирования модели CAPM

Компания-эмитент	Обозначение	Доля в обороте торгов
Газпром	#GAZP	25%
Лукойл	#LKOH	23%
Сургутнефтегаз	#SNGS	15%
РАО «ЕЭС»	#EESR	11%
Мосэнерго	#MSNG	4,5%
Иркутскэнерго	#IRGZ	2%
Ленэнерго	#LENE	1%
Ростелеком	#RTKM	5%
СПб. телефонная сеть	#SPTL	1%

Фактически в этой работе анализировалось, существуют ли систематические отклонения средней действительной доходности некоторых акций от предсказываемой по модели CAPM. Формальный анализ показал, что гипотеза о том, что систематические отклонения существуют, должна быть отвергнута на высоком уровне значимости, однако детальный анализ полученных результатов выявил ряд моментов, которые трудно согласовать с выводами модели CAPM и здра-

вым смыслом. Например, 8 из 9 активов имели бета-коэффициенты меньше 1, кроме того, систематическое отклонение доходности некоторых важных активов (акции Газпрома) оказались слишком велики (Таблица 2).

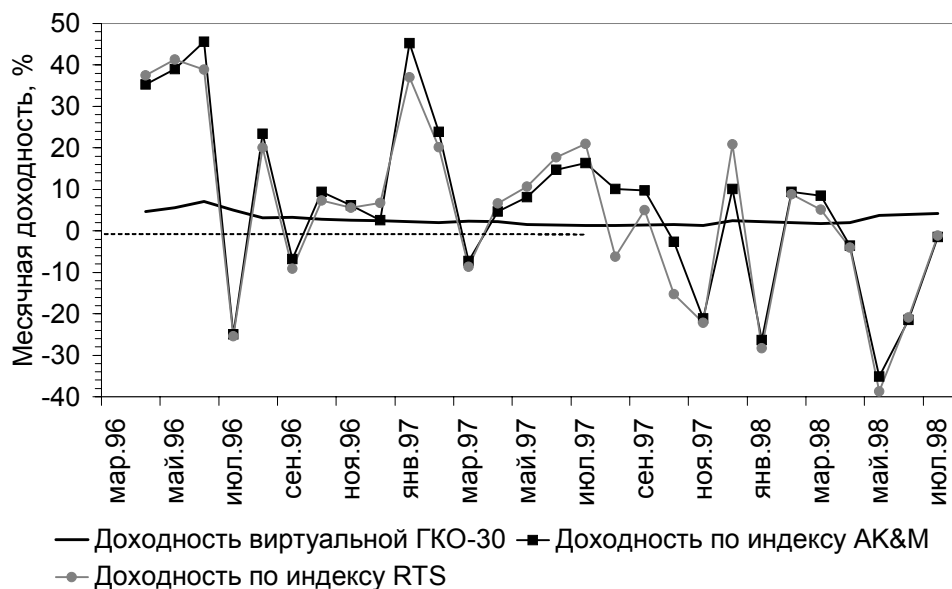


Рис. 1. Динамика доходности рыночного портфеля и безрискового актива

Таблица 2

Результаты проверки модели CAPM

Активы	#GAZP	#LKOH	#SNGZ	#EESR	#MSNG	#IRGZ	#LENE	#RTKM	#SPTL
Рыночный портфель: индекс РТС									
бета	0.526	0.414	0.573	0.754	0.587	0.586	1.189	0.446	0.571
альфа	0.0970	-0.0089	0.0345	0.0283	-0.0027	-0.0006	0.0629	-0.0050	0.0327
Рыночный портфель: индекс АК&М									
бета	0.627	0.324	0.500	0.649	0.476	0.519	1.197	0.359	0.522
альфа	0.1013	0.00042	0.0337	0.0376	0.00464	0.00872	0.0523	0.0072	0.0269
Рыночный портфель: индекс RESI									
бета	0.591	0.541	0.495	0.821	0.634	0.702	0.672	0.545	0.375
альфа	0.1386	0.0279	0.0718	0.0864	0.0423	0.0480	0.1214	0.0326	0.0636

Недостаток исследования заключается в том, что было использовано слишком мало активов и временных точек, что снижает точность анализа. В дальнейшем для проверки модели CAPM в различных версиях использовался один и тот же набор данных, предложенный вторым автором. Были приняты во внимание особенности российского фондового рынка, которые накладывают определенные ограничения

на выбор активов и временного промежутка для исследования. Так как модель САРМ в версии Блэка оперирует реальными доходностями, то необходимо выбрать период, в течение которого инфляция незначительна. Этому условию удовлетворяет временной промежуток с мая 1996 г. по июль 1998 г., когда месячный темп инфляции никогда не превышал 2%, а среднее значение составляло 0.85%. Период май–июнь 1996 г. также был исключен из анализа, поскольку можно предположить, что политическая неопределенность, связанная с президентскими выборами в России, сильно влияла на ожидания инвесторов. Таким образом, для анализа был выбран период времени с июля 1996 г. по июль 1998 г. Этот период характеризовался бурным развитием рынков корпоративных ценных бумаг и государственных ценных бумаг, многие активы обладали высокой ликвидностью, по менее ликвидным активам спреды котировок были невелики. Именно в этот период российский рынок в большей мере, чем когда-либо, можно было считать совершенным.

Так как выбранный временной промежуток невелик, то использование месячных данных по доходностям активов сильно ограничило бы точность оценок и снизило достоверность анализа. Поэтому разумнее оперировать недельными доходностями активов. В качестве базового дня для расчета недельной доходности была выбрана среда. Отчасти этот выбор был обусловлен желанием учесть результаты первичного размещения государственных ценных бумаг, которые происходили по средам.

В качестве заменителя рыночного эффективного портфеля был выбран индекс SKATE–100 Russia, вычисляемый как сумма взвешенных по объему капитализации цен закрытия для 100 наиболее ликвидных российских обыкновенных акций²:

$$I_t = I_{t-1} \cdot \frac{D_t}{D_{t-1}}, \quad D_t = \sum_i P_{it} \cdot N_i \quad (1.7)$$

где $P_{i,t}$ — цена акции, N_i — число акций. Суммирование проводится по всем активам в листинге данного индекса.

В качестве активов были использованы 7 отраслевых индексов SKATE (Табл. 3). Выбор именно этих индексов обусловлен большим среднедневным оборотом торгов на биржевом и внебиржевом рынках, приходящимся на активы в данном индексе. Остальные индексы

² Данные агентства Red Stars, получены с сайта www.skate.ru/datafeed

не рассматривались. Дополнительно в качестве актива был выбран индекс Moscow Times, рассчитываемый для 50 ликвидных обыкновенных акций фирм с наибольшей капитализацией. Расчетная формула для всех индексов идентична, что обеспечивает полную методическую совместимость всех использованных для анализа портфелей. Привилегированные акции не рассматривались, поскольку индекс на эти акции был введен только 2 сентября 1996 г.

Таблица 3

Характеристики использованных в расчетах фондовых индексов

Индекс	Код	Число ак- тивов в индексе	Средний оборот в млн.долларов	Дата вве- дения
SKATE-100 Russia	ASPGEN	100	47.4	20.06.1994
Industrial	ASPIND	24	3.3	02.11.1994
Engineering	ASPMAC	14	0.8	02.11.1994
Non-Ferrous Metals	ASPMET	3	2.2	02.11.1994
Oil&Gas	ASPO&G	18	14.9	02.11.1994
Power Industry	ASPENG	20	20.6	02.11.1994
Telecommunications	ASPTEL	32	6.4	02.11.1994
Retailing	ASPTRA	2	0.2	02.11.1994
MT-Index	ASPMT	50	9.8	01.09.1994

Источник: www.skate.ru.

Кроме вложений в корпоративные ценные бумаги на российском рынке целесообразно рассмотреть вложения в государственные ценные бумаги, в иностранную валюту и вложения на межбанковском кредитном рынке.

В качестве обобщенной характеристики вложений в государственные ценные бумаги (ГКО, ОФЗ-ПД, ОФЗ-ПК, облигации Министерства финансов, евробонды, а также спектр муниципальных облигаций) рассматривался ценовой индекс ГКО (GKO-P) агентства Red Stars (SKATE):

$$I_t = I_{t-1} \cdot \frac{1}{V} \cdot \sum_i \frac{P_{i,t} \cdot V_i}{P_{i,t-1}} \quad (1.8)$$

где $P_{i,t}$ — цена закрытия торгов по i -траншу, V — общий объем всех траншей ГКО, V_i — объем i -транша в обращении. Суммирование проводится по всем траншам, находящимся в обращении. Остальные индексы не рассматривались.

Базовое значение всех индексов равно 100. Все использованные индексы номинированы в российских рублях. Доходность по всем индексам определялась по формуле:

$$R_{ind,t} = \frac{Ind_t - Ind_{t-1}}{Ind_{t-1}} \quad (1.9)$$

В качестве вложений в иностранную валюту рассматривались вложения в доллары США. Цена доллара США определялась по итогам торгов на ММВБ³. Доходность вложений в валюту определялась как относительное изменение цены.

В качестве доходности вложений на межбанковском рынке использовалась доходность по 7–дневным кредитам⁴. Кредиты на более долгий срок (14, 21, 30 и 60 дней) не рассматривались, поскольку их объемы относительно невелики по сравнению с краткосрочными. Кредиты на более короткий сроки (1 и 3 дня) также не рассматривались, поскольку для инвесторов с рациональными ожиданиями процентные ставки по кредитам на разные сроки должны быть взаимосвязаны.

Графики недельной доходности по некоторым индексам SKATE приведены на Рис. 2, графики недельной доходности по индексу ГКО, по вложениям в валюту и на рынке МБК приведены на Рис. 3.

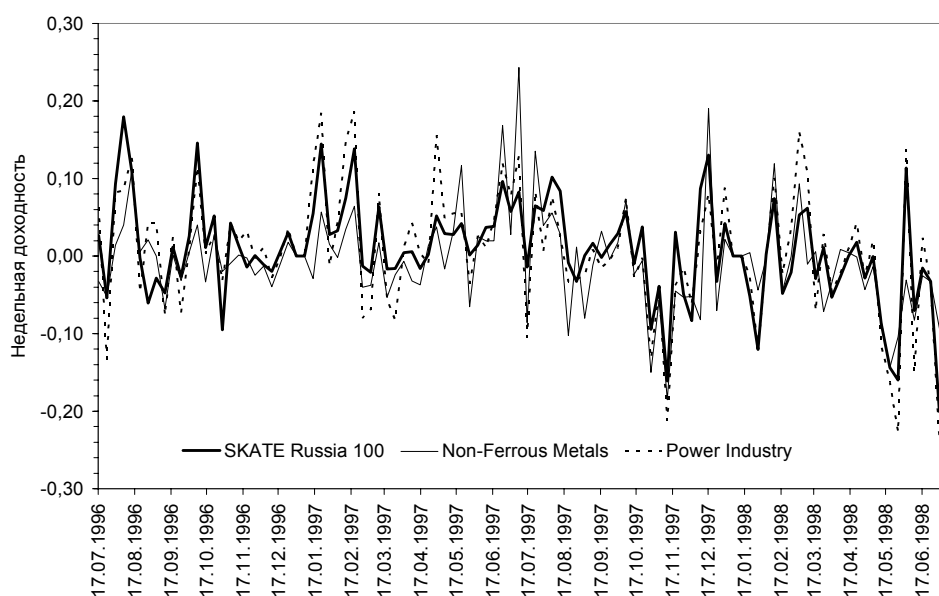


Рис. 2. Динамика доходностей по индексам корпоративных ценных бумаг

³ Данные получены с сайта ЦБ России www.cbr.ru

⁴ Данные получены с сайта ЦБ России www.cbr.ru/markets

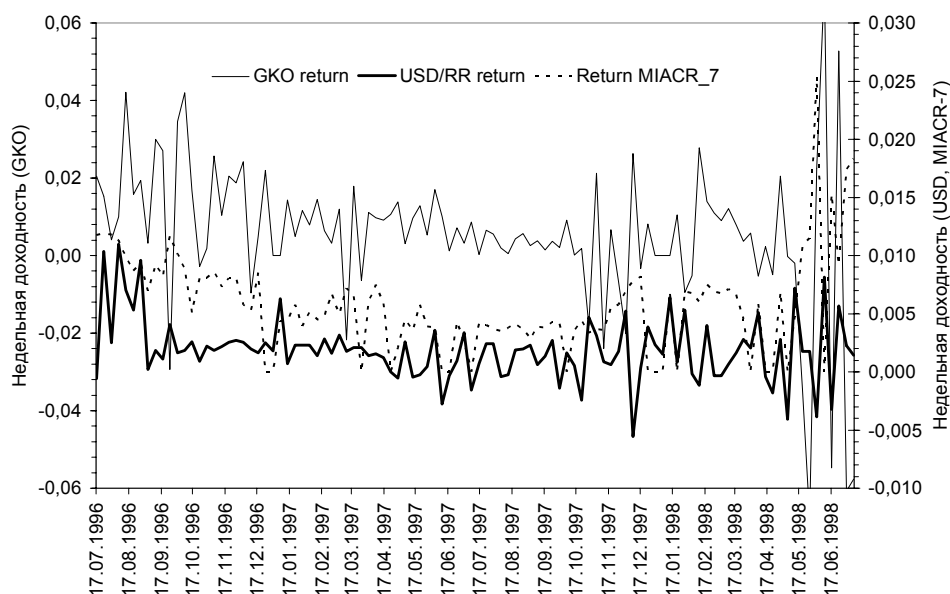


Рис. 3. Динамика доходностей вложений на валютном рынке, на рынках ГКО и межбанковских кредитов

Результаты тестирования модели

Результаты анализа приведены в Табл. 4, где представлен список активов, использованных в анализе и рассчитанные значения α и β . Расчеты были проведены трижды, в качестве доходности безрискового актива использовались соответственно, доходность по вложениям в валюту, доходность ГКО, доходность вложений на рынке МБК. Значения статистики J_1 при использовании различных безрисковых активов также приведены в таблице 4. Видно, что почти для всех использованных в анализе активов, альфа-коэффициенты действительно близки к нулю. По результатам расчетов гипотеза о равенстве коэффициентов α нулю не может быть отвергнута на уровне значимости 95%, если считать, что доходность безрискового актива совпадает с доходностью по вложениям в валюту или совпадает с доходностью ГКО (фактически мы предполагаем, что безрисковым активом мог являться либо доллар США, либо ГКО). Однако, если предположить, что в качестве безрискового актива выступали ставки по семидневым кредитам, то гипотеза $\alpha=0$ должна быть отвергнута. Критическое значение F-статистики: $F_{(0.05;8;90)}=2.04$, в то время как значения J_1 равны соответственно 0.64, 1.54 и 2.28.

Результаты расчетов (модель Шарпа–Линтнера)

	Активы							
	Industr	Enginer	NF–Met	Oil&Gas	Power	Telecom	Retail	MT–Ind
Безрисковый актив USD/RR (J=0.64)								
β	0.737	0.653	0.698	1.010	1.091	0.874	0.582	1.030
α	0.0029	0.0026	–0.0125	0.0002	–0.0017	0.0008	–0.0059	–0.0046
Безрисковый актив GKO (J=1.54)								
β	0.759	0.613	0.680	1.012	1.076	0.841	0.490	1.002
α	0.0022	0.0014	–0.0138	0.0004	–0.0018	0.0000	–0.0085	–0.0048
Безрисковый актив MIACR–7 (J=2.28)								
β	0.729	0.641	0.663	1.020	1.069	0.871	0.583	1.015
α	0.0019	–0.0004	–0.0177	0.0005	–0.0020	0.00093	–0.0100	–0.0056

На первый взгляд, это очень странный результат. Значения альфа–коэффициентов слабо отличаются при использовании в анализе различных безрисковых активов. Кроме того, из Рис. видно, что волатильность доходности вложений в ГКО много выше, чем волатильность доходности вложений на рынке МБК и, казалось бы, что вложения в ГКО никак не следует считать безрисковыми. Полученный парадоксальный результат свидетельствует о том, что использованный метод тестирования является слишком мягким и изначально предполагает справедливость модели CAPM на рассматриваемом рынке. Действительно, если точки «средняя доходность – риск», соответствующие разным активам, широко разбросаны вокруг рыночной линии SML (*security market line*), то уравнение регрессии всегда или почти всегда можно постараться провести через начало координат или любую, близкую к нему точку и считать соответствующий актив безрисковым (для этого необходимо, чтобы данный актив имел меньшую в сравнении с рыночной волатильность). Но это вовсе может не означать, что движения цен на таком рынке являются согласованными, то есть кажущееся присутствие «безрискового актива» не означает справедливость модели CAPM. В этом отношении версия Блэка гораздо жестче, так как при выбранном рыночном портфеле тестируется не гипотеза $\alpha = \text{const}$ для всех рискованных активов, а гипотеза $\alpha = (1 - \beta)R_z$, где актив z состоит из всех рыночных активов и должен дополнительно иметь нулевую корреляцию с рыночным портфелем. Таким образом, тестирование модели Блэка позволяет не столько идентифицировать актив с нулевым бета, сколько проверить эффективность рынка.

2. МОДЕЛЬ САРМ В ВЕРСИИ БЛЭКА

СУЩНОСТЬ МОДЕЛИ

Второй, менее известной версией модели САРМ является версия Блэка (*F.Black*) [Black, 1972]. В отличие «классической» модели САРМ в версии Шарпа–Линтнера, модель САРМ в версии Блэка не подразумевает существования на рынке безрискового актива. Основной вывод модели, как и в «классической» версии, заключается в том, что ожидаемая доходность любого актива $E[R_i]$ пропорциональна относительной рискованности этого актива, мерой которой является ковариация $Cov[R_i, R_m]$ доходностей актива R_i и любого из эффективных портфелей (*minimum–variance portfolio*) R_m . Кардинальное отличие выводов модели Блэка состоит в том, что ожидаемая доходность произвольного актива может быть описана ожидаемой доходностью любого эффективного портфеля и доходностью некоторого гипотетического портфеля R_z . Этот гипотетический ненаблюдаемый портфель, так называемый актив с нулевым бета (*zero–beta portfolio*), является ортогональным к данному эффективному портфелю R_m , причем для каждого эффективного портфеля существует свой единственный актив R_z . Таким образом, актив с нулевым бета, по определению, это такая комбинация рискованных активов, доходность которой имеет нулевую ковариацию с данным эффективным портфелем и наименьший уровень риска. Основное уравнение модели:

$$E[R_i] = E[R_z] + \beta_{im} \cdot (E[R_m] - E[R_z]), \quad \beta_{im} = \frac{Cov[R_i, R_m]}{Var[R_m]} \quad (2.1)$$

Подчеркнем еще несколько важных отличий модели Блэка от «классической» версии САРМ:

- Поскольку модель Блэка не может быть сформулирована в терминах избыточной доходности, то под доходностью активов понимается реальная, а не номинальная доходность (учет инфляции приводит к более сложному уравнению [см. например, Cuthbertson, 1996]).
- Ожидаемая доходность любого актива определяется линейной комбинацией ожидаемых доходностей двух ненаблюдаемых портфелей (по сути, эта модель является двухфакторной).
- Модель Блэка не требует, чтобы все инвесторы формировали одинаковые по структуре инвестиционные портфели. Разные инвесторы могут формировать инвестиционные портфели в соответст-

вии со своими предпочтениями, используя разные эффективные портфели и, соответственно, разные активы с нулевым бета.

– Поскольку нет известной всем безрисковой ставки, то формирование индивидуального инвестиционного портфеля требует либо возможности коротких продаж, либо наличия активов с отрицательным бета-коэффициентом (отрицательной ковариацией доходности хотя бы одного актива с доходностью эффективного портфеля).

Эти отличия делают модель Блэка более реалистичной и гибкой, чем модель Шарпа-Линтнера, но и значительно более сложной для эконометрической проверки и применения.

Остановимся кратко на экономических различиях этих двух версий. Модель Шарпа-Линтнера оперирует только рыночным портфелем рискованных активов и безрисковым активом в рамках статики и предполагает абсолютную ликвидность во всех секторах рынка и одинаковый горизонт планирования для всех инвесторов. Экономика модели Блэка кардинально отлична, несмотря на схожесть уравнений. Она позволяет включить в рассмотрение не только капитальные активы, но и инструменты, посредством которых в развитой банковской системе происходит трансформация краткосрочных спекулятивных инвестиций в долгосрочные активы. Важность этих инструментов означала бы с точки зрения модели Шарпа-Линтнера неэффективность рыночного индекса как аппроксимации рыночного портфеля. Модель Блэка позволяет органично включить эти инструменты в качестве ненаблюдаемой компоненты финансового рынка, регистрируемой только после идентификации эконометрической модели.

СПОСОБЫ ПРОВЕРКИ МОДЕЛИ

Эконометрика модели CAPM в версии Блэка значительно более сложна. Впервые строгий метод проверки модели Блэка был применен в работе [Gibbons, 1982]. Подробный анализ метода приведен в работе [Shanken, 1985]. Метод заключается в следующем. Для каждого актива рассматриваются регрессионные уравнения

$$R_t = \alpha + \beta \cdot R_{mt} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

Из (2.2) обычным методом наименьших квадратов легко получить оценки коэффициентов α^* , β^* , и ковариационной матрицы остатков регрессии $\Omega(\alpha^*, \beta^*)$. Идея метода заключается в проверке гипотезы $\alpha = (1 - \beta) \cdot R_z$ для всех активов. Делается это следующим образом. Для уравнений регрессии

$$R_t = (1 - \beta) \cdot R_z + \beta \cdot R_{mt} + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

методами максимального правдоподобия строятся оценки $R_z^{**}(\beta^{**})$, $\beta^{**}(R_z^{**})$, $\Omega^{**}(\beta^{**}, R_z^{**})$. Поскольку эти оценки взаимосвязаны, то используется итерационная процедура, в которой в качестве начального приближения принимаются оценки β^* , Ω^* . Если процедура сходится, то можно вычислить отношение правдоподобия

$$J = (T - \frac{N}{2} - 2) \cdot (\log(\det[\Omega^{**}]) - \log(\det[\Omega^*]))$$

Эта величина асимптотически стремится к χ^2 -распределению с $(N-1)$ степенями свободы. Сравнив полученное значение J с критическим значением статистики χ^2 , можно сделать вывод, следует ли отвергнуть гипотезу $\alpha = (1 - \beta) \cdot R_z$.

Этот метод имеет два существенных недостатка. Первый — необходимость многократных итерационных вычислений с неясными перспективами относительно их сходимости. Вторым недостатком заключается в том, что построенная статистика является асимптотической. Ее пригодность для не слишком больших выборок, характерных для короткой истории и недостаточной развитости российского рынка, может быть поставлена под сомнение.

Оригинальный метод проверки модели CAPM в версии Блэка предложен в работах [Kandel, 1984, Shanken, 1986]. Основным отличием от предыдущего метода является использование для проверки модели уравнения:

$$R_t - R_z = \alpha + \beta \cdot (R_{mt} - R_z) + \varepsilon_t$$

Идея метода заключается в проверке гипотезы $\alpha=0$ для всех активов, при этом неизвестный параметр R_z оценивается в предположении $\alpha \equiv 0$. Именно этот метод был использован при тестировании модели на российском рынке.

ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ

Определим R_t как N -мерный вектор доходности по N активам в момент времени t . В соответствии с (2.1) построим линейные регрессии [Campbell, Lo, MacKinlay]:

$$R_t - R_z \cdot i = \alpha + \beta \cdot (R_{mt} - R_z) + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

в предположениях:

$$E[\varepsilon_t] = 0, \quad E[\varepsilon_t \cdot \varepsilon_t^T] = \Omega, \quad \text{Cov}[Z_{mt}, \varepsilon_t] = 0$$

где α , β — вектора коэффициентов регрессии, i — единичный вектор, ε_t — вектор остаточных членов регрессии, Ω — матрица ковариаций остатков регрессий. R_t являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами, причем совместное распределение является нормальным. Последнее предположение является особенно важным, поскольку для оценки параметров используется метод максимального правдоподобия.

Обозначим:

$$E[R_t] = \mu^*, \quad E[R_{mt}] = \mu_m, \quad \text{Var}[R_{mt}] = E[(R_{mt} - \mu_m)^2] = \sigma_m^2,$$

где μ^* , μ_m , σ_m^2 — выборочные средние и дисперсия, оцененные по исходным временным рядам.

Оценки максимального правдоподобия (предполагаем, что R_z известно):

$$\alpha^*(R_z) = \mu^* - R_z \cdot i - \beta^* \cdot (\mu_m - R_z)$$

$$\beta^*(R_z) = \frac{\sum (R_t - \mu^*) \cdot (R_{mt} - \mu_m)}{\sum (R_{mt} - \mu_m)^2}$$

$$\Omega^* = T^{-1} \cdot \sum (R_t - \mu^* - \beta^* \cdot (R_{mt} - \mu_m)) \cdot (R_t - \mu^* - \beta^* \cdot (R_{mt} - \mu_m))^T$$

где суммирование производится по всем временным наблюдениям (общее число наблюдений T).

Если модель Блэка справедлива, то должно выполняться тождество $\alpha \equiv 0$. В этом случае оценки максимального правдоподобия коэффициентов регрессионных уравнений:

$$\beta^*(R_z) = \frac{\sum (R_t - R_z \cdot i) \cdot (R_{mt} - R_z)}{\sum (R_{mt} - R_z)^2}$$

$$\Omega^*(R_z) = T^{-1} \cdot \sum (R_t - R_z \cdot (i - \beta^{**}) - \beta^{**} \cdot R_{mt}) \cdot (R_t - R_z \cdot (i - \beta^{**}) - \beta^{**} \cdot R_{mt})^T$$

Логарифмическое отношение правдоподобия:

$$LR^*(R_z) = L^{**}(R_z) - L^* = -\frac{T}{2 \cdot \log(\det[\Omega^{**}]) - \log(\det[\Omega^*])}$$

где L — логарифм функции максимального правдоподобия для соответствующего уравнения регрессии.

Оценку максимального правдоподобия для R_z^* можно получить, минимизируя $LR^*(R_z)$. Условия первого порядка

$$\frac{\partial LR^*(R_z)}{\partial R_z} = 0$$

приводят к нелинейному уравнению для определения \mathbf{R}_z^* :

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{R}_z)^2 + \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}_z + \mathbf{C} = 0 \quad (2.5)$$

где:

$$\mathbf{A} = \frac{(\mathbf{i} - \beta^*)^{\text{Tr}} \cdot (\Omega^*)^{-1} \cdot (\mu^* - \beta^* \cdot \mu_m)}{\sigma_m^2} - \frac{\mu_m \cdot (\mathbf{i} - \beta^*)^{\text{Tr}} \cdot (\Omega^*)^{-1} \cdot (\mathbf{i} - \beta^*)}{\sigma_m^2}$$

$$\mathbf{B} = (1 + \frac{\mu_m^2}{\sigma_m^2}) \cdot (\mathbf{i} - \beta^*)^{\text{Tr}} \cdot (\Omega^*)^{-1} \cdot (\mathbf{i} - \beta^*) - \frac{(\mu^* - \beta^* \cdot \mu_m)^{\text{Tr}} \cdot (\Omega^*)^{-1} \cdot (\mu^* - \beta^* \cdot \mu_m)}{\sigma_m^2}$$

$$\mathbf{C} = -(1 + \frac{\mu_m^2}{\sigma_m^2}) \cdot (\mathbf{i} - \beta^*)^{\text{Tr}} \cdot (\Omega^*)^{-1} \cdot (\mathbf{i} - \beta^*) - \frac{\mu_m \cdot (\mu^* - \beta^* \cdot \mu_m)^{\text{Tr}} \cdot (\Omega^*)^{-1} \cdot (\mu^* - \beta^* \cdot \mu_m)}{\sigma_m^2}$$

Минимальный из двух корней уравнения (2.5) есть эффективная оценка доходности актива с нулевым бета \mathbf{R}_z^* . Теперь можно проверить простую нулевую гипотезу $\mathbf{H}_0: \alpha=0$ против альтернативной гипотезы $\mathbf{H}_A: \alpha \neq 0$.

Для проверки гипотезы \mathbf{H}_0 построим статистику:

$$\mathbf{J}^*(\mathbf{R}_z^*) = \frac{1}{N} \cdot \frac{T - N - 1}{1 + \frac{(\mu_m - \mathbf{R}_z)^2}{\sigma_m^2}} \cdot (\alpha^*)^{\text{Tr}} \cdot (\Omega^*)^{-1} \cdot (\alpha^*) \quad (2.6)$$

Величина \mathbf{J}^* имеет F-распределение с N степенями свободы в числителе и $(T - N - 1)$ степенями свободы в знаменателе [Muirhead, 1983]. Таким образом, необходимо сравнить величину \mathbf{J}^* с критическим значением $\mathbf{F}(N, T - N - 1)$ статистики при заданном уровне значимости. Если $\mathbf{J}^*(\mathbf{R}_z^*) > \mathbf{F}_{\text{крит}}$, то гипотеза $\mathbf{H}_0: \alpha=0$ должна быть отвергнута и, значит, модель Блэка на российском фондовом рынке не выполняется.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В качестве исходных использовались те же данные, что и при проверке модели САРМ в версии Шарпа-Линтнера. В работе [Окулов, 1999] интервал тестирования составлял июль 1996 г. — июль 1998 г. В работе В.Ишкова этот период времени был разбит на ряд интервалов. Был исключен «смутный период» непосредственно после июньских президентских выборов, а также период, непосредственно предшествовавший валютному кризису августа 1998 г. и дефолту по ГКО. Затем, исходя из анализа событий, оказывавших влияние на российский финансовый рынок, оставшийся промежуток времени был разбит на три более однородных подпериода: с 1.08.1996 г. по

15.05.1997 г. — приход на рынок ГКО нерезидентов, с 16.05.1997 г. по 27.10.1997 г. — стабилизация рынка, с 28.10.1997 г. по 13.05.1998 г. — уход нерезидентов под воздействием азиатского кризиса. Кроме того, в работе Ишкова были исследована возможность использования самых необычных активов в качестве заменителя эффективного рыночного портфеля.

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ

Результаты анализа приведены в Табл.5, где представлен список активов, использованных в анализе, а также рассчитанные значения α^* , β^* и R_z^* .

Прежде всего обращает на себя внимание, что два актива имеют отрицательные бета-коэффициенты. Поскольку на российском фондовом рынке нет практики коротких продаж, именно наличие активов с отрицательными бета-коэффициентами позволяет инвестору сформировать любой индивидуальный портфель активов в соответствии со своими предпочтениями. Это служит косвенным подтверждением, что модель Блэка может быть применена для описания ценообразования на российском рынке. Вторым косвенным подтверждением является факт, что доходность актива с нулевым бета превышает минимальную среднюю доходность одного из активов (вложение в валюту). Это позволяет сформировать актив с нулевым бета, используя только положительные веса активов.

Таблица 5

Результаты расчетов

Активы	Средняя доходность	Коэффициенты в уравнении (2.4)	
		β^*	α^*
SKATE-100 Russia	0.00724	(1.00)	(0.00)
USD/RUR	0.00189	-0.00913	-0.00167
GKO	0.00577	0.1292	0.00170
MIACR-7	0.00691	-0.0066	0.00333
Industrials	0.00873	0.7375	0.00244
Engineering	0.00796	0.6425	0.00202
Non-Ferrous Metals	-0.00693	0.6953	-0.01307
Oil & Gas	0.00752	1.0122	0.00024
Power Industry	0.00604	1.0882	-0.00152
Telecoms	0.00730	0.8723	0.00052
Retailing	-0.00089	0.5819	-0.00662
MT-Index	0.00281	1.0280	-0.00453
$R_z^* = 0.00360, J^* = 11.26, F_{\text{крит}} = 2.51$			

Из данных Табл. 5 видно, что почти для всех использованных в анализе активов альфа–коэффициенты действительно близки к нулю. Однако по результатам расчетов гипотеза о равенстве коэффициентов α нулю должна быть отвергнута на очень высоком уровне значимости. Действительно, критическое значение F–статистики ($=2.51$) значительно меньше $J^*=11.3$. Таким образом, можно считать, что в период с июля 1996г. по июль 1998 г. российский фондовый рынок не может быть описан в рамках модели Блэка.

Одной из причин этому может быть следующее обстоятельство: выбранный индекс SKATE–100 не может служить аппроксимацией рыночного эффективного портфеля. Однако дополнительные исследования показали, что этот индекс имеет высокую степень корреляции со всеми другими часто используемыми российскими индексами (индекс Российской торговой системы, индекс RESI, сводный индекс АК&М), даже несмотря на сильно различающиеся методики построения этих индексов.

Второй причиной может быть невыполнение требования о нормальности распределения доходностей активов, лежащей в основе построения оценок методом максимального правдоподобия. Проверка показала, что из всех использованных активов только доходности вложений в рынок межбанковских кредитов имеет распределение, сильно отличающееся от нормального.

Для проверки значимости этой причины были проведены расчеты без использования актива MIACR–7. Результаты расчетов приведены в Табл. 6.

Таблица 6

Результаты расчетов без учета рынка МБК

Активы	Средняя доходность	Коэффициенты в уравнении (2.4)	
		β^*	α^*
SKATE Russia 100	0.00724	(1.00)	(0.00)
USD/RR return	0.001895	–0.00913	0.000005
GKO return	0.00577	0.1292	0.00319
Industrials	0.00873	0.7375	0.00289
Engineering	0.00796	0.6425	0.00263
Non–Ferrous Metals	–0.00694	0.6954	–0.01265
Oil & Gas	0.00753	1.0122	0.00022
Power Industry	0.00605	1.0882	–0.00167
Telecoms	0.00730	0.8723	0.00074
Retailing	–0.00090	0.5819	–0.00590
MT–Index	0.00282	1.0280	–0.00458
$R_z^* = 0.001895, J^* = 1.933, F_{\text{крит}} = 1.940$			

По-прежнему, один из активов имеет отрицательный бета-коэффициент. Доходность актива с нулевым бета почти точно совпадает с доходностью вложений в валюту. По сути вложение в доллар США и есть актив с нулевым бета. Кроме того, поскольку $J^* < F_{\text{крит}}$, гипотеза о равенстве нулю коэффициентов альфа не может быть отвергнута на уровне значимости 5%.

Тот факт, что исключение одного актива привело к значительным изменениям альфа-коэффициентов и почти двукратному изменению оценки доходности актива с нулевым бета, является свидетельством либо сильной неустойчивости оценок, полученных данным методом, либо неправильного подхода к выбору активов для исследования.

В связи с тем, что распределение доходности некоторых активов на российском рынке не является нормальным, использовать метод максимального правдоподобия для оценки коэффициентов модели и проверки ее применимости, строго говоря, нельзя.

В работах [Окулов, 1999, 2000] сделан вывод, что эти результаты следует рассматривать с большой осторожностью как предварительные и что вопрос о применимости модели Блэка на российском фондовом рынке остался открытым. Дальнейшие исследования могут быть связаны либо с применением робастных тестов, либо с построением обобщенного индекса (с учетом не только акций, но и государственных облигаций, других финансовых инструментов) для более точной аппроксимации рыночного эффективного портфеля. Еще одно возможное направление исследований связано с необходимостью учета инфляции, которая в этот период была по меркам развитых стран значительной.

Однако более целесообразной идеей является попытка проверить применимость модели CAPM на более узких промежутках времени, так как в выбранный интервал времени не был однороден с точки зрения ожиданий инвесторов.

Во-первых, можно отметить, что доходность и волатильность доходности на некоторых секторах финансового рынка, особенно на рынке ГКО, снизилась не сразу же после второго тура выборов президента РФ, проведенного 4 июля 1996 г. и закончившегося победой Б. Ельцина. К середине 1996 г. рынок ГКО достиг рекордной по тому времени доходности и ее снижение происходило в течение некоторого промежутка времени. Исходя из вышесказанного, представляется целесообразным отбросить из рассмотрения начало базового периода.

Во-вторых, и это более важно, значительную неоднородность вносит период конца весны и лета 1998 г. Этот период времени непосредственно предшествовал кризису августа 1998 г. и включал в себя ряд важных для российского финансового рынка событий. К началу 1998 г. Минфин практически полностью отказался от использования рынка государственных облигаций для финансирования дефицита госбюджета. Объем выпуска новых облигаций определялся лишь суммой, необходимой для текущего обслуживания долга по ГКО-ОФЗ. К марту 1998 г. казалось, что властям удалось стабилизировать рынок государственных облигаций. В этом месяце выручка от первичного размещения очередных выпусков ГКО-ОФЗ превысила 34 млрд. руб. Центральный банк позволил себе три раза снизить ставку рефинансирования с 42% до 30%. Однако в мае пришла вторая волна азиатского кризиса. Началось падение фондовых индексов на рынках США и Юго-Восточной Азии. В результате этого 27 мая 1998 г. ставка рефинансирования была поднята до 150%. Для обслуживания внутреннего долга, из-за нехватки бюджетных средств, пришлось прибегнуть к внешнему заимствованию, которое за первое полугодие 1998 г. составило 7.2 млрд. долл., включая размещение еврооблигаций.

Непосредственно перед кризисом августа 1998 г. значительно ускорился темп инфляции, что также может негативно отразиться на качестве проверки модели Блэка. В июле 1998 г. месячный темп инфляции достиг значения 3.7%. Кроме того, начиная с середины мая 1998 г. происходило существенное увеличение доходности на рынке межбанковского кредита.

Для статистического подтверждения значимости произошедших изменений в работе [Ишков, 2001] весь базисный период 1.07.96-31.07.98 был разбит на два подпериода: с 1.07.96 по 13.05.98 и с 14.05.98 по 31.07.98. Были проведены тест на равенство средних значений и тест на равенство дисперсий индекса доходности ГКО. По результатам тестов нулевые гипотезы о равенстве средних значений и равенстве дисперсий были отвергнуты на высоком уровне значимости.

Исходя из анализа событий, оказывавших влияние на российский финансовый рынок, исследованный в работе [Окулов, 1999] период в работе [Ишков, 2001] был разбит на три более однородных подпериода: с 1 августа 1996 г. по 15 мая 1997 г., с 16 мая 1997 г. по 27 октября 1997 г., с 28 октября 1997 г. по 13 мая 1998 г.

Первый подпериод был выбран таким образом, чтобы охватить время от момента президентских выборов 1996 г. до стабилизации

рынка ГКО в середине 1997 г. В 1996 г. на рынок ГКО получили доступ нерезиденты. Высокая по меркам развитых стран доходность этого рынка, удерживаемый в валютном коридоре обменный курс рубля и положительное в течение ряда лет сальдо счета текущих операций в платежном балансе обеспечили приток иностранного капитала в Россию. Если в 1996 г. вывоз капитала из России на 6.8 млрд. долл. превышал его ввоз, то в 1997 г. картина была обратная – зарегистрированный приток иностранного капитала на 6.3 млрд. долл. превысил вывоз капитала из России. К концу 1997 г. доля иностранных инвесторов на рынке государственных облигаций приблизилась к 30%. Усиление конкуренции на данном рынке привело к существенному снижению его доходности. Снижение рыночной ставки процента было необходимо не только для снижения затрат по обслуживанию внутреннего долга, но и для стимулирования инвестиций в реальный сектор экономики. Приход иностранных инвесторов позволил Минфину также существенно удлинить средний срок погашения облигаций.

Конец второго и начало третьего подпериода совпадают во времени с обвалом рынков Юго-Восточной Азии и Японии, и существенным падением фондовых индексов в США, произошедшим во второй половине октября 1997 г. Кризис на азиатских рынках привел к резкому оттоку иностранного капитала и с российского рынка. Вследствие массовой продажи государственных облигаций их доходность начала быстро расти. Центральный банк пытался противостоять повышению доходности государственных облигаций посредством их закупок на открытом рынке. Увеличивающееся вследствие этого количество находящихся в обращении денег усиливало давление на обменный курс рубля, который и без того слабел из-за оттока иностранного капитала и сокращения положительного сальдо торгового баланса вследствие падения мировых цен на основные экспортируемые товары. Поэтому Центральному банку пришлось почти удвоить ставку рефинансирования и расширить границы валютного коридора.

На фондовом рынке события октября 1997 г. отразились в виде значительного падения фондовых индексов. 28 октября 1997 г. были впервые приостановлены торги в Российской Торговой Системе. Начиная с октября 1997 г. средняя доходность по большинству фондовых индексов существенно снизилась и стала отрицательной.

Поэтому следовало бы ожидать, что ожидания инвесторов существенно различались на этих подпериодах и можно было бы ожидать, что хотя бы на одном из подпериодов российский рынок был эффек-

тивным. Однако результаты исследований [Ишков, 2001] показали, что ни на одном из тестируемых подпериодов модель Блэка не выполняется. В качестве примера результатов приведены Табл. 7 и Табл. 8.

Таблица 7

Результаты проверки для периода 16.05.96-07.10.97

Активы	Средняя доходность	Коэффициенты в уравнении (3.6)	
		α^*	β^*
GKO-P	0.00505	0.00132	0.00852
USD/RR	0.00084	-0.00267	0.00064
MIACR-7	0.00327	-0.00015	-0.00218
MT-Index	0.02240	-0.01513	1.16038
Industrials	0.03640	0.00816	0.84395
Engineering	0.05393	0.01937	1.05947
Non-Ferrous Metals	0.02696	-0.00665	1.02680
Oil & Gas	0.03974	0.00698	0.99782
Power Industry	0.02034	-0.01741	1.16810
Telecoms	0.02070	-0.00817	0.86506
Retailing	0.01284	-0.00494	0.48737
SKATE Russia 100	0.03282	0	1
$R_z^* = 0.00349, J^* = 5.98, F_{\text{крит}} = 2.82$			

Таблица 8

Результаты проверки для периода 28.10.97-03.05.98

Активы	Средняя доходность	Коэффициенты в уравнении (3.6)	
		α^*	β^*
GKO-P	0.00376	0.00184	0.11091
USD/RR	0.00161	-0.00305	-0.01707
MIACR-7	0.00497	0.00085	0.00797
MT-Index	-0.01777	0.00325	1.18502
Industrials	-0.02055	-0.01253	0.57592
Engineering	-0.01964	-0.00704	0.79077
Non-Ferrous Metals	-0.02501	-0.01060	0.87533
Oil & Gas	-0.02255	-0.00917	0.82680
Power Industry	-0.01219	0.00920	1.20213
Telecoms	-0.01785	0.00118	1.09169
Retailing	-0.02266	-0.01770	0.43312
SKATE Russia 100	-0.01707	0	1
$R_z^* = 0.00429, J^* = 10.43, F_{\text{крит}} = 2.46$			

Кроме того, исследования [Ишков, 2001] показали, что использование индекса РТС, индекса ГКО и доходности по операциям с дол-

ларом США в качестве заменителя эффективного портфеля не приводят к применимости модели на российском рынке. На основании этого можно сделать вывод, что неприменимость модели Блэка на российском рынке не связана с несовершенством использованных фондовых индексов.

Выводы

При выбранных активах и на выбранном промежутке времени тестирование модели Шарпа–Линтнера показывает, что формально ценообразование на активы на российском фондовом рынке может быть описано в рамках модели CAPM, причем в качестве безрискового актива могут быть выбраны вложения в валюту или вложения в государственные краткосрочные обязательства. Однако выбранный метод тестирования является слишком «мягким», полученный положительный результат скорее свидетельствует о значительных отклонениях активов (по критерию риск–доходность) от рыночной линии, что фактически по сути отвергает согласованное изменение цен активов на российском рынке в рамках какой–либо модели.

Тестирование модели Блэка показывает, что ценообразование на активы в условиях российского фондового рынка не может быть адекватно описано в рамках данной версии модели CAPM. Учитывая общность модели Блэка, этот результат означает хаотичность структуры российского финансового рынка. С другой стороны, можно сделать более осторожные выводы, — о том, что, либо неверно были проведены оценки параметров модели, либо в анализе не учтены некоторые важные экономические факторы. Первое обстоятельство может быть связано с негауссовским распределением доходности некоторых активов и требует применения робастных методов тестирования модели, второе обстоятельство может быть связано с необходимостью учета инфляции. Однако, для того, чтобы инфляция играла существенную роль необходимо присутствие институциональных инвесторов, которые жестко привязывают свои капиталы к индексу потребительских цен, а российский рынок еще в значительной мере спекулятивен.

Более вероятная причина неудачи тестирования модели Блэка может быть связана с неэффективностью применения индекса SKATE–100 в качестве рыночного портфеля. Хотя с точки зрения рыночного равновесия модель должна оперировать именно рыночными индексами (вычисляемыми с учетом рыночной капитализации), на высоко волатильном спекулятивном рынке может оказаться более

правильным использование в расчетах торговых индексов (взвешенных по объему торгов). И, наконец, еще одна причина неудачи может быть связана с тем, что экономическая ситуация в России даже в период 1996–98 гг. несколько раз менялась. Моменты изменения могли быть связаны с изменением ставки рефинансирования Центральным Банком РФ, решениями МВФ о выделении кредитов, было изменено налоговое законодательство по операциям с государственными ценными бумагами. Интуитивно ясно, что это приводило к дополнительному перетеканию капитала между рынками корпоративных бумаг, государственных бумаг и валютным рынком. Таким образом, в этот период единого (одного и того же) портфеля с нулевым бета принципиально не могло существовать.

ЛИТЕРАТУРА

- Black, F. 1972. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing // *Journal of Business*, 45, 444–454.
- Campbell, J., Lo, A., and MacKinlay, A. 1997. *The Econometrics of Financial Markets*. // Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Copeland, T., and Weston, J. 1992. *Financial Theory and Corporate Policy* // Addison–Wesley Publ. Co.
- Cuthbertson, K. 1996. *Quantitative Financial Economics. Stock, Bonds and Foreign Exchange* // JohnWiley & Sons.
- Fama, E., and MacBeth, J. 1973. Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests // *Journal of Political Economy*, 71, 607–636.
- Gibbons, M. 1982. Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach // *Journal of Financial Economics*, 10, 3–27.
- Gibbons, M., Ross S., Shanken J. 1979. A test of the efficiency of a given portfolio // *Econometrica*, 57, 1121–1152.
- Jensen M. 1969. Risk, the pricing of capital assets, and the evaluation of investment portfolios. // *Journal of Business*, XLII, 167–247.
- Kandel, S., and Stambaugh, R. 1987. On Correlations and Inferences about Mean–Variance Efficiency // *Journal of Financial Economics*, 18, 61–90.
- Kandel, S. 1984. The Likelihood Ratio Test of Mean–Variance Efficiency without a Riskless Asset // *Journal of Financial Economics*, 13, 575–592.
- Lintner, J. 1965. The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets // *Review of Economics and Statistics*, 47, 13–37.

Muirhead, R. 1983. *Aspects of Multivariate Statistical Theory* // J.Wiley&Sons, N.-Y.

Roll, R. 1977. A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part I // Journal of Financial Economics, 4, 129–176.

Shanken, J. 1973. Multivariate Proxies and Asset Pricing Relations: Living with the Roll Critique // Journal of Financial Economics, 18, 91–110.

Shanken, J. 1985. Multivariate Tests of Zero-Beta CAPM // Journal of Financial Economics, 14, 327–348.

Shanken, J. 1986. Testing Portfolio Efficiency When the Zero-Beta Rate Is Unknown // Journal of Finance, 41, 269–276.

Sharpe, W. 1964. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk // Journal of Finance, 19, 425–442.

Ишков В. 2001. Модель ценообразования на финансовые активы CAPM в версии Блэка на российском финансовом рынке / Магистерская диссертация, ЕУСПб.

Ишков В. 2002. К вопросу о верификации модели ценообразования на капитальные активы в версии Блэка на российском фондовом рынке. В кн.: *Вопросы экономической теории и практики*, вып.3, СПб: ЕУСПб, с.42–57.

Окулов В. 1999. Модель CAPM (версия Блэка) на российском фондовом рынке / Магистерская диссертация, ЕУСПб.

Окулов В. 2000. Модели ценообразования на капитальные активы на российском фондовом рынке. В кн.: *Финансы и политика корпораций* / Под ред. А.В.Бухвалова и С.В.Котелкина. СПб: СПбГУ, с.94–120.

Синцов Д. 2003. Модификации модели CAPM, учитывающие особенности российского рынка / Магистерская диссертация, ЕУСПб.

Радыгин, А., Энтов, Р. 1999. *Институциональные проблемы развития корпоративного сектора: собственность, контроль, рынок ценных бумаг.* // Институт экономики переходного периода, М., 1999.

Энтов, Р. 1999. *Проблемы моделирования финансовых показателей: цены, обменный курс, процентные ставки, фондовый индекс в российской экономике* // Институт экономики переходного периода, М., 1999.